

磁気リコネクションにおけるカオスによる無衝突抵抗

沼田 龍介 吉田 善章

東京大学新領域創成科学研究科 113-0033 東京都文京区本郷

概要

磁場ヌルが散乱中心として働くことにより、粒子軌道がカオス的になり、ミキシングの効果が運動論的エントロピーが増加させる。粒子がカオス領域へ流入し流出するような対流が存在する開放系においては、エントロピーの飽和はおこらず、定常的散逸が実現される。このようなカオスによるイオンの無衝突散逸によって速い磁気リコネクションが可能になる。リコネクションのマイクロ (運動論的) とマクロ (MHD 的) のパラメータを関係付けることにより、拡散領域を矛盾なく説明できるモデルを構築した。

序論

磁気リコネクションはプラズマのトポロジ的な変化を可能にする。磁気流体 (MHD) モデルでは、磁場 \mathbf{B} の時間発展は以下の誘導方程式で記述される。

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{V} \times \mathbf{B}) - \nabla \times \left(\frac{\eta}{\mu_0} \nabla \times \mathbf{B} \right) \quad (1)$$

ここで、 \mathbf{V} はマクロな流速、 η は電気抵抗、 μ_0 は真空の透磁率である。Spitzer 抵抗で評価された磁場の拡散の時間スケール ($\tau_R = \mu_0 L^2 / \eta$; L は典型的な長さ) は、太陽コロナの典型的パラメータ ($L \sim 10^7$ m) を用いると、 10^{14} sec のオーダーとなる。しかし、実際の現象は著しく異なる時間スケールをもち (フレアは 10^3 sec で起こる)、プラズマの流れによる誘導項が重要な役割を果たしていると考えられる。(1) 式右辺 2 項の比 ($|\nabla \times (\mathbf{V} \times \mathbf{B})| / |\nabla \times (\eta / \mu_0 \nabla \times \mathbf{B})|$) は Lundquist 数 R_m と呼ばれ、 $10^{10} - 10^{12}$ 程度である。波などのように誘導項によって支配される過程は、非常に短い時間スケールを持ちうる。しかし、磁気リコネクションにおいて磁力線のトポロジを変化させるために拡散項は必要不可欠である。誘導項と拡散項の相補的な効果は R_m によってスケールされ磁場のモデルと流れの構造に依存する。

Sweet と Parker の先駆的な研究 [1] では水平にグローバルなスケールまで広がった薄い拡散領域が提案された。この時、磁気リコネクションの時間スケールは Alfvén の時間スケールで $R_m^{1/2}$ のオーダーであり、依然としてフレアの時間スケールに比べると非常に遅い。この困難を克服するため Petschek [2] は非常に小さい拡散領域 (L') を考え、抵抗の時間スケール $R_m^{-1} (L/L')^2$ が 1 のオーダーになるとした。このような構造はショックにより形成される。Petschek モデルは十分速いリコネクションの時間スケールを説明するが、古典抵抗を用いる限り Petschek モデルのような非常に小さい構造 (1 m のオーダー) は形成されない。しかし、抵抗が拡散領域で局所的に大きくなると Petschek 型の構造が現れるということが報告されており [3]、このことから、抵抗を生み出す新たな機構が必要があると考えられている [4-9]。

荷電粒子 (主にイオン) のカオス運動は無衝突抵抗を生み出す機構として考えられる [7, 10, 11]。非一様性の強い磁場中では、断熱不変量の保存が破られ、自由度が高くなることによって運動はカオス的になる。カオスによるミキシングは運動論的エントロピーを上昇させるが、短時間のうちに飽和するため、拡散型の散逸はおこらない。しかし、粒子の出入りがあるような開放系においては、エントロピー (2 次のキュムラント) の飽和はおこらず、定常的な散逸過程が実現される [11]。リコネクションにおいては、磁場ヌルの領域における粒子の対流が開放系を形成する。ミクロな粒子のカオス運動と、マクロなプラズマの流れを関係付けることにより、矛盾のない拡散領域のモデルを構築した。

粒子軌道計算

2次元 Y 字型 (縮退した場合として X 字型) 磁場 (図 1)

$$\mathbf{B} = \begin{cases} (b_0(y \mp \ell_y)/\ell_x, b_0x/\ell_x, 0) & (\pm y > \ell_y) \\ (0, b_0x/\ell_x, 0) & (|y| \leq \ell_y) \end{cases} \quad (2)$$

を考える (b_0, ℓ_x, ℓ_y は定数)。一様電場を磁場に垂直方向に印加する ($\mathbf{E} = -\nabla\phi, \phi = -e_0z$)。単一粒子のハミルトニアンは 3 つ全ての座標を含むため、軌道は一般に非可積分 (カオス) になる。Y 点の近傍でのカオス運動によって、粒子は電場によってランダムに加減速を受け、後で示すように、結果として上昇した運動論的エントロピーが無衝突抵抗を生む。カオス領域の外側では、粒子は磁化され、案内中心はドリフトする。 $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ ドリフトによる流れによって粒子はカオス領域に供給され、またカオス領域から逃げ出すが、この対流が定常的エントロピー生成に重要となる。

$\mathbf{x} = \ell_x \hat{\mathbf{x}}, \mathbf{B} = b_0 \hat{\mathbf{b}}, t = \tau_A \hat{t}, \mathbf{v} = v_A \hat{\mathbf{v}}, \mathbf{E} = (m_A v_A b_0) \hat{\mathbf{e}}$ によって変数を無次元化する。ただし、 v_A は磁場 b_0 に対する Alfvén 速度、 $\tau_A \equiv \ell_x/v_A$ 、 m_A は Alfvén Mach 数である ($m_A v_A$ は $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ ドリフト速度を与える)。後の議論でマクロな量と区別するため小文字を用いた。イオンに対する Newton の運動方程式は

$$\frac{\lambda_i}{\ell_x} \frac{d\hat{\mathbf{v}}}{d\hat{t}} = m_A \hat{\mathbf{e}} + \hat{\mathbf{v}} \times \hat{\mathbf{b}} \quad (3)$$

となる。ここで $\lambda_i = c/\omega_{pi} = v_A/\omega_{ci}$ はイオンのスキン長 (c は光速、 ω_{pi} はイオンプラズマ周波数、 ω_{ci} はイオンサイクロトロン周波数)。(3) 式の左辺は運動論的效果による $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ ドリフト運動からのずれを表す。磁場による力は粒子のエネルギーを変化させないが、運動をランダム化することにより電場から加減速を受けることができるようにする。以降、この運動論的效果が働くために $\ell_x = \lambda_i$ ととる (この時 $\tau_A = \omega_{ci}$ となる)。

図 2 に典型的粒子軌道を示す。 m_A が十分小さい時、粒子はカオス領域に長時間留まるが、 m_A を大きくすると粒子はカオス領域から直ちに逃げ出し、下流にドリフトする。図 3 に粒子がカオス領域に滞在する平均時間 $\hat{\tau}_1$ の m_A に対する依存性を示す。 $\hat{\tau}_1 \sim m_A^{-1}$ となっていることが分かる。この関係は $\ell_y/\ell_x \lesssim 10$ であれば ℓ_y に依存しない。カオスによるミキシングの時間スケール (Lyapunov 指数の逆数で表される) に比べ $\hat{\tau}_1$ が十分大きいことがエントロピー生成に必要な条件で、このことから

$$m_A \lesssim 10^{-2} \quad (4)$$

が要請される。

粒子が閉じ込められていない開放系においては、軌道不安定性を測るために時間局所的な Lyapunov 指数 (長時間平均ではなくアンサンブル平均で定義される) を考えなければならない。図 4 に時間局所 Lyapunov 指数の時間発展を示す。粒子がカオス領域から逃げ出した後では、最大 Lyapunov 指数は減少する。平均滞在時間が十分長ければ、カオス運動の Lyapunov 指数を評価することができ、 $l_y/l_x \lesssim 10$ のときで典型的な値は 10^{-1} のオーダーとなる ($\hat{\tau}_1$ は 10^2 より大きい; 図 3 参照)。Y 点近傍では磁場が散乱中心として働き、粒子軌道は不安定となって、粒子は電場により加熱を受ける。数値計算によって速度分布は (z 方向にシフトした) 等方的 Gauss 分布に近付き $\hat{t} (< \hat{\tau}_1)$ に比例して温度は上昇する。

図 5 に電場方向の平均速度の時間変化を示す。平均はカオス領域内の粒子平均をとる。この平均速度の時間変化をモデル化するため、次の散逸型方程式を考える。

$$\hat{\rho} \frac{d\hat{v}}{dt} = m_A \hat{e} - \hat{v}_{\text{eff}} \hat{v} \quad (5)$$

ここで、 \hat{v} は無次元化された z 方向平均速度、 $\hat{\rho}$ はイオン質量で無次元化されたテスト粒子の実効質量、 \hat{v}_{eff} は ω_{ci} で無次元化された実効衝突周波数である。Lorentz 力は慣性項と摩擦項に含まれる ((3) 式参照)。(5) 式の解は以下のように表され

$$\hat{v} = \frac{m_A \hat{e}}{\hat{v}_{\text{eff}}} \left[1 - \exp \left(-\frac{\hat{v}_{\text{eff}} \hat{t}}{\hat{\rho}} \right) \right], \quad (6)$$

時定数および \hat{v} の飽和レベルから

$$\hat{v}_{\text{eff}} \approx 3 \times 10^{-2}, \quad \hat{\rho} \approx 6 \quad (7)$$

が得られる。

Ohm の法則によって実効抵抗を以下のように定義する。

$$E = \eta_{\text{eff}} j = \eta_{\text{eff}} n q \bar{v}_{\text{sat}} \quad (8)$$

ただし、 j はイオン電流密度、 n は密度、 q は電荷、 \bar{v}_{sat} は粒子の飽和平均速度である。(6) 式から飽和平均速度は $m_A \hat{e} = \hat{v}_{\text{eff}} \hat{v}_{\text{sat}}$ となり、物理変数を用いて表すと $E/v_A b_0 = \hat{v}_{\text{eff}} (\bar{v}_{\text{sat}}/v_A)$ と書ける。この結果を (8) 式と比較すると

$$\frac{\eta_{\text{eff}}}{\mu_0} = \lambda_i^2 \omega_{ci} \hat{v}_{\text{eff}} \quad (9)$$

を得る。このカオスによる抵抗は古典的衝突による抵抗に比べ非常に大きくなる。例えば、太陽コロナの典型的なパラメータ (密度 $n = 10^{16} \text{m}^{-3}$, 磁場 $b_0 = 10^{-2} \text{T}$, 温度 $T = 10^2 \text{eV}$) を用いると η_{eff} は 10^4 倍 Spitzer 抵抗より大きい。

RECONNECTION モデルの構築

カオスによる抵抗を、太陽フレアを説明する理論に適用するため拡散領域に中間領域 (メゾスコピックモデル) を導入しミクロな量とマクロな量に関係付ける。マクロモデルとして Petschek のショック構造を考える (図 6)。散逸領域 (D) に長さスケール l_x が λ_i のカオス領域 (図 1) が複数存在すると仮定する。イオンスキニング長 λ_i は二流体モデルから自然に現れるスケールであり、ホール項による特異摂動によって小さいスケール $\sim \lambda_i$ は大きいスケールと結ばれる。領域 D における磁場と流れ場は、ホール項によって小さいスケールの渦が大きいスケールの渦とカップルした Double-Beltrami 構造 [12] になっていると想像される。 λ_i のスケールでは、イオンの運動論的效果による無衝突散逸が生まれるが、電子の効果は無視できる。数値シミュレーション [9, 13] によってイオン電流が支配的な電流シートが形成されることが示されている ([14] 参照)。

ここで、ミクロな量の間関係をまとめておく。1) 滞在時間 $\hat{\tau}_1$ は m_A によってスケールされ (図 3)、カオスによるミキシングの時間スケールに比べて十分大きくなくてはならないことから (4) 式が要請される。2) 実効抵抗の表式 (9) において $\hat{\nu}_{\text{eff}} \approx 3 \times 10^{-2}$ と見積もった。3) (2) 式で表される磁場は平均電流 $\mathbf{j} = \eta_{\text{eff}}^{-1} \mathbf{E}$ と Ampère の法則 $\mathbf{j} = \mu_0^{-1} \nabla \times \mathbf{B}$ を通して関係づけられ、 $\eta_{\text{eff}}^{-1} m_A v_A b_0 \simeq b_0 / (\mu_0 l_x)$ となり (イオン電流が支配的である)、(9) を用いると $\hat{\nu}_{\text{eff}} \simeq m_A l_x / \lambda_i (= m_A)$ と表される。1), 2) で見積もった値 ((4) 式、(7) 式) はこの関係式を満たしている。

マクロなレベルでは厚さ 2δ 、水平方向のスケール $2L'$ の拡散領域 D を考える (図 6)。上流、下流の量をそれぞれ添字 1, 2 で表す (マクロな量には大文字を用いる) と、Rankine-Hugoniot 条件から $|\mathbf{V}_2| \approx V_{2y} \approx V_A$ が得られる。ただし、 V_A は B_1 に対する Alfvén 速度である。マクロな Alfvén Mach 数を $M_A = V_{1y} / V_A$ で定義すると、 M_A はリコネクションレートを表す。磁場と速度について発散がゼロであるという条件から

$$\frac{\delta}{L'} = \frac{B_{2x}}{B_{1y}} = \frac{V_{1x}}{V_{2y}} = M_A \quad (10)$$

が得られる。

ミクロな量とマクロな量に関係付けるために、散逸領域 D に中間領域を導入する。一様電場を仮定すると、

$$E = V_{1x} B_{1y} = M_A V_A B_{1y} \simeq v_0 b_0 = m_A v_A b_0 \quad (11)$$

となり、 $M_A = m_A (b_0 / B_{1y})^2$ という関係が得られる。ミクロな磁場 (b_0 , (2) 式) は高々 B_{1y} で

あることと (4) 式から

$$M_A \lesssim m_A \lesssim 10^{-2} \quad (12)$$

という制限があり、これは観測される太陽フレアの時間スケールを説明する。

エネルギーの評価からマクロ領域とマイクロ領域の長さスケールを関係付けることができる。Poynting の法則と (10) 式から

$$\begin{aligned} \int_D \mathbf{E} \cdot \mathbf{j} dx &= -\frac{1}{\mu_0} \int_S \mathbf{E} \times \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} dS \\ &= \frac{4}{\mu_0} (1 - M_A^2) B_{1y}^2 V_A \delta \end{aligned} \quad (13)$$

が得られる。ここで S は散逸領域 D の境界を表す。(13) 式の左辺は領域 D における全エネルギーの散逸を表す。(9) 式を用い、エネルギー散逸はイオン電流による効果が支配的であることを考えると、エネルギー散逸は

$$\int_D \mathbf{E} \cdot \mathbf{j} dx = \sum_{k=1}^N \int_{\Omega_k} \frac{\eta_{\text{eff}} j^2}{\mu_0^2} dx \simeq N \lambda_i^2 \omega_{ci} \hat{\nu}_{\text{eff}} \frac{b_0^2}{\mu_0} \quad (14)$$

Ω_k ($k = 1, \dots, N$): 拡散領域に含まれるカオス領域

と表され、(13) 式と (14) 式をあわせると

$$\delta \simeq N \frac{\lambda_i^2 \omega_{ci} \hat{\nu}_{\text{eff}} b_0^2}{4(1 - M_A^2) B_{1y}^2 V_A} \lesssim \frac{N \lambda_i}{4} \hat{\nu}_{\text{eff}} \quad (15)$$

が得られる。 δ は λ_i より大きくなくてはならないので、たとえ、実効抵抗が非常に大きくなったとしても、1つのカオス領域 ($N = 1$) では速い(ショックによる)リコネクションは起こらない。

まとめ

磁場の Y 点が粒子軌道の散乱中心として働き、イオンの実効抵抗が非常に大きくなることを示した。カオス領域を横切る粒子の流れが拡散型の無衝突散逸を生むのに本質的な役割を果たす。イオンのカオス領域平均滞在時間が時間局所的な Lyapunov 指数に対して、重要なパラメータとなっており、これが電場の大きさを制限する。カオスによる実効抵抗を速い(ショックによる)リコネクションに適用するために、中間領域を導入しマクロなスケール δ とマイクロなスケール $\lambda_i, \nu_{\text{eff}}$ を、パラメータ N を用いて普遍的な形 ($\delta \propto \hat{\nu}_{\text{eff}}$) で関係づける (15) 式を導出した。マイクロなスケール λ_i では運動論的效果(カオス)が大きい無衝突散逸を

生み、長さスケールの下限を与える。よって、Petschekモデルで、一流体のMHDを適用したことにより、長さスケールがMHDが適用できなくなるほど小さくなるという問題点を除くことができた。

- [1] P.A. Sweet, *Nuovo Cimento* **8**, 188 (1958); E.N. Parker, *Astrophys. J. Suppl. Ser.* **8**, 177 (1963).
- [2] H.E. Petschek, in *AAS-NASA Symposium on Physics of Solar Flares*, SP-50, (NASA, Washington, DC, 1964).
- [3] M. Ugai, *Phys. Plasmas* **2**, 3320 (1995).
- [4] J.D. Huba, J.F. Drake, and N.T. Gladd, *Phys. Fluids* **23**, 552 (1980).
- [5] S.V. Bulanov, F. Pegoraro and A.S. Sakharov, *Phys. Fluids B***4**, 2499 (1992).
- [6] D. Biskamp, E. Schwarz, J.F. Drake, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3850 (1995).
- [7] J. Egedal and A. Fasoli, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 5047 (2001).
- [8] S.C. Hsu *et al.*, *Phys. Plasmas* **8** 1916 (2001).
- [9] W. Pei, R. Horiuchi and T. Sato, *Phys. Plasmas* **8**, 3251 (2001).
- [10] W. Horton *et al.*, *Phys. Fluids B***3**, 2192 (1991); W. Horton *et al.*, *Geophys. Res. Lett.* **18**, 1575 (1991).
- [11] Z. Yoshida *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 2458 (1998).
- [12] Z. Yoshida *et al.*, *Phys. Plasmas* **8**, 2125 (2001).
- [13] M.A. Shay *et al.*, *J. Geophys. Res.* **103**, 9165 (1998).
- [14] A.A. Galeev, in *Basic Plasma Physics II* (North-Holland, Amsterdam, 1984), Chap. 6.2.

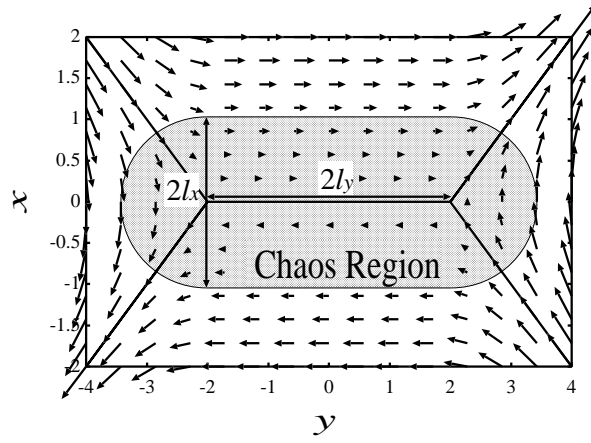


図 1: Y 字型磁場 ($l_y/l_x = 2$)

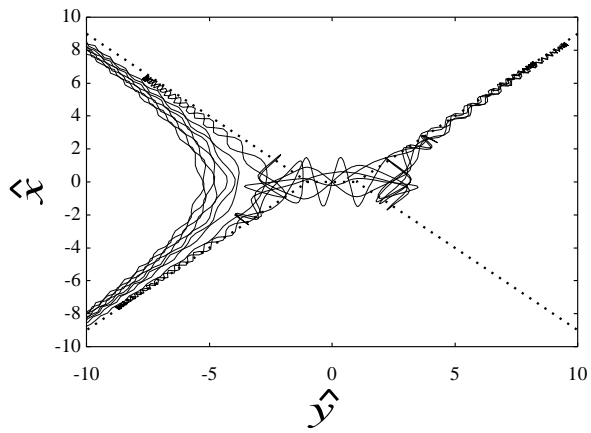


図 2: Y 字型磁場 (破線) 中の典型的粒子軌道 ($l_y/l_x = 1$, Alfvén Mach 数 $m_A = 10^{-2}$)

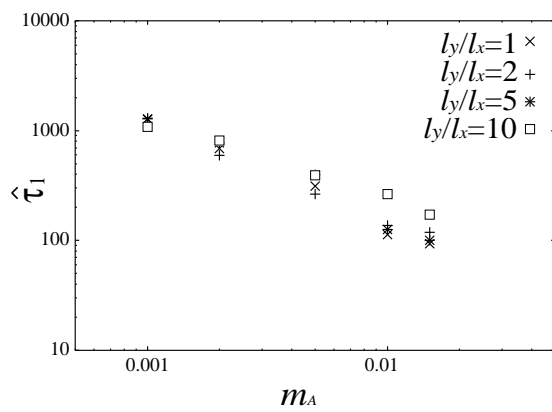


図 3: カオス領域の平均滞在時間 ($\hat{\tau}_1$) の m_A 依存性

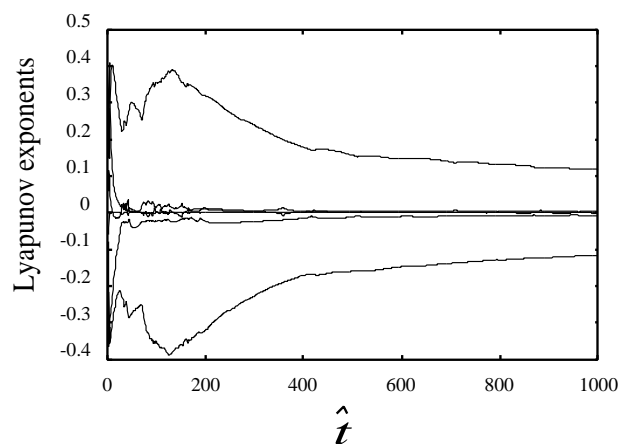


図 4: 図 2 の粒子軌道に対する時間局所 Lyapunov 指数 (6 成分, $m_A = 10^{-2}$)

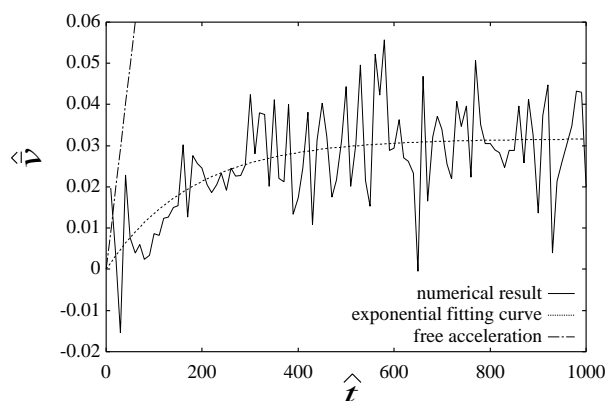


図 5: 電場方向平均速度の時間変化 ($m_A = 10^{-3}$, $l_y/l_x = 1$) 直線は磁場が存在しないときの電場による加速を受けた速度、破線は (6) 式によるフィッティング結果を表す

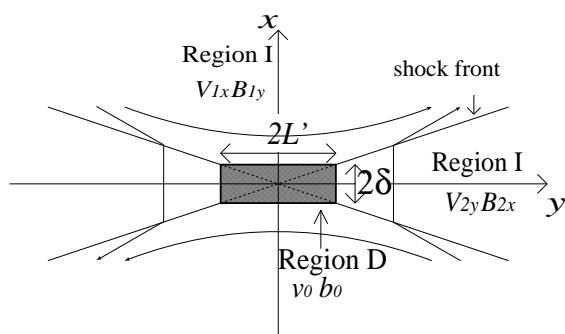


図 6: Petschek 型リコネクションモデル。領域 (I) と (D) はそれぞれ理想 MHD 領域と散逸領域